

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |                   |                      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------|----------------------|
| Óbudai Egyetem<br>Neumann János Informatikai Kar                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Alkalmazott Matematikai Intézet         |                   |                      |
| Tantárgy neve és kódja:<br>Diszkrét matematika és lineáris algebra I.                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Kreditérték: 6<br>NMXDM1HBNE NMXDM1PBNE |                   |                      |
| Mérnök informatikus BSc, Üzemmérnök-informatikus BSc                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Nappali tagozat 2022/23. tanév 1. félév |                   |                      |
| Tantárgy előadója:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Dr. Szőke Magdolna                      |                   |                      |
| Előtanulmányi feltételek:<br>(kóddal)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | –                                       |                   |                      |
| Heti óraszámok:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Előadás: 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Tantermi gyak.: 2                       | Laborgyakorlat: 0 | Konzultáció: (külön) |
| Számonkérés módja (s,v,f):                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | v                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                         |                   |                      |
| A tananyag                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |                   |                      |
| Oktatási cél: A hallgató fogalomalkotási, absztrakciós és problémamegoldási képességeinek fejlesztése az analitikus geometria és a vektorgeometria alapvető témaköreinek megismerésével, valamint azok feladatmegoldásokban, modellalkotásban való alkalmazásainak elsajátításával. A hallgatók megismerkednek a halmazelmélet és a matematikai logika alapvető témaköreivel. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |                   |                      |
| Tematika: Bizonyítási módszerek, rekurzió. Vektorgeometria, a térbeli vektorok algebrája. Mátrixaritmetika, determináns, lineáris egyenletrendszerek. Halmazelméleti alapok, leképezések. Kijelentéslogika. Predikátumlogika.                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |                   |                      |
| Ütemezés:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                         |                   |                      |
| Oktatási hét<br>(konzultáció)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Témakör                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                         |                   |                      |
| 1.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Bizonyítási módszerek: indirekt bizonyítás, teljes indukció. Sorozatok rekurzív megadása.                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                         |                   |                      |
| 2.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Vektorgeometria: vektor fogalmának geometriai bevezetése, alpműveletek. Vektorok felbontása, bázis, térbeli koordináta-rendszer. Műveletek koordinátákkal adott vektorokkal. Vektorok skaláris szorzata és kiszámítása. Alkalmazások.<br>Vektorok vektoriális szorzata, kiszámítása, geometriai és fizikai jelentése. Sík egyenlete, egyenes egyenletrendszerei. Vegyes szorzat. |                                         |                   |                      |
| 3.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Mátrixaritmetika: mátrix fogalma, típusa, speciális mátrixok, műveletek. Négyzetes mátrix determinánsa, meghatározása a kifejtési tétel segítségével.                                                                                                                                                                                                                            |                                         |                   |                      |
| 4.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Determináns tulajdonságai. Négyzetes mátrix adjungáltja, inverze. Lineáris egyenletrendszer fogalma, együtthatómátrix, kibővített mátrix, konstans vektor. Fődetermináns, mellék-determináns, megoldás Cramer-szabállyal.                                                                                                                                                        |                                         |                   |                      |
| 5.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Lineáris egyenletrendszerek mátrixreprezentációja, megoldás Gauss-módszerrel.                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                         |                   |                      |
| 6.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Ismétlés.<br>Halmazalgebra.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                         |                   |                      |
| 7.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Relációk fogalma, relációkkal kapcsolatos halmazok. Kompozíció, inverz-reláció.<br>1. zárthelyi.                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                   |                      |
| 8.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Parciális és teljes leképezés (függvény), tulajdonságai.<br>Matematikai logika: tárgya, alapfogalmak. Összetett kijelentés.                                                                                                                                                                                                                                                      |                                         |                   |                      |
| 9.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Kijelentéslogikai műveletek, tulajdonságok.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                         |                   |                      |
| 10.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Logikai függvények. Kijelentéslogikai formulák: szimbólumok és formulák. Interpretáció, formulák kiértékelése.                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |                   |                      |
| 11.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Logikai formulák normálformái. Karnaugh–Veitch-módszer.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                         |                   |                      |
| 12.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | A következmény fogalma. A klasszikus logika következtetési sémái.<br>Ismétlés.                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |                   |                      |
| 13.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Predikátumlogika.<br>2. zárthelyi.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |                   |                      |
| 14.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Predikátumlogika<br>Javítás, pótlás.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                         |                   |                      |

## Félévközi követelmények

Az alábbiakban az **aláírás megszerzésének** feltételeit összegezzük. Az aláírás megszerzésének négy feltétele van, aláírás ezek együttes teljesítésével kapható.

1. Az első feltétel az **előadáson és a gyakorlaton való részvétel**. A jelenlétet rendszeresen ellenőrizzük. Amennyiben a gyakorlatokról vagy az előadásról való hiányzás meghaladja az órák számának 30%-át, akkor a hallgató a tantárgyból nem teljesítette a vizsgára bocsátás feltételét, „letiltva” bejegyzést kap. Ekkor a hallgató nem élhet a későbbiekben leírt pótlás, illetve javítás lehetőségével.
2. A (regisztrációs héten íratott) **felmérő dolgozat sikeres teljesítése** (összességében a pontok 60%-ának, az elektronikus és a papíron beadott részből pedig külön-külön 45%-ának megszerzése) az aláírás második feltétele. A felmérő dolgozat megírásához **semmilyen segédeszköz** nem használható.
3. Az aláírás harmadik feltétele a félév során írt **zárthelyik sikeres teljesítése**. A hallgató az aláírást csak abban az esetben kaphatja meg, ha a félév során mindkét zárthelyi dolgozatot megírta, s a két zárthelyi dolgozat megírása során megszerezhető pontszámnak (80 pont) legalább 50%-át elérte.
4. A gyakorlatokon felkészülten kell megjelenni, továbbá elvárjuk az aktivitást. A gyakorlatvezető minden héten választ egyet az előző heti előadáson kihirdetett három rövid kérdés („**villámkérdés**”) közül, amelyre a választ a kiosztott lapocskára lehet leírni. A villámkérdésre alkalmanként 2 percet szánunk, a helyes válasz 2 pontot ér. Ilyen módon a félév során összesen 20 pontot lehet szerezni. A villámkérdések összpontszámát a félév végén **hozzáadjuk** a zárthelyik összpontszámához. Az aláíráshoz az így kapott pontszámnak az összesen megszerezhető 100 pont legalább 50%-át el kell érnie.

Ha a hallgató mindegyik feltételt teljesíti, akkor „aláírva” bejegyzést kap, azaz vizsgára bocsátható.

Tudnivalók a **zárthelyi dolgozatokról**:

A félévközi zárthelyikben **elméleti kérdések és feladatok** szerepelnek. Az elméleti kérdések az előadáson, illetve a táblás gyakorlatokon elhangzott témakörökből vannak.

Az első zárthelyi dolgozatot az egyetem moodle rendszerén keresztül, elektronikus úton íratjuk. Ennek konkrét megvalósításáról a félév során részletes tájékoztatást adunk.

A második zárthelyi dolgozat hagyományos, „papír alapú” dolgozat. Megengedett **segédeszköz**: nem programozható és nem internetképes **számológép**.

A zárthelyi dolgozatok megírásához a hallgatóknak arcképes igazolvánnyal kell rendelkezniük. Ez elsősorban diákigazolvány, de elfogadunk bármilyen egyéb, a személyazonosság igazolására alkalmas, fényképes igazolványt is. A dolgozatírás helyszínére az igazolványon, tollakon, elemőzsián és a **megengedett segédeszközön kívül semmi nem vihető a padok közé** (a szükséges papírt biztosítjuk), minden egyéb személyes holmit az erre a célra rendszeresített fogasokon kell elhelyezni. Ez különösen vonatkozik a mobiltelefonokra, táblagépekre, okos-órákra, egyéb elektronikus eszközökre, melyeket kikapcsolt állapotban a fogasokra akasztott táskákban kell tartani.

A fenti szabályok megsértése puskázásnak minősül. Ilyen esetben az Egyetem Fegyelmi Szabályzata szerint járunk el.

## Pótlás módja

1. **Felmérő pótlása:**
  - Sikertelen, vagy meg nem írt felmérő pótolható az 5. és 9. oktatási heteken. Amennyiben a felmérő a 9. hét után is sikertelen, akkor a hallgató a szorgalmi időszak végén „letiltva” bejegyzést kap.
2. **Zárthelyi dolgozat pótlása:**
  - Ha a hallgató a két zárthelyi dolgozat közül legalább az egyiket megírta, a másikról pedig hiányzott, akkor a hiányzó zárthelyit a 14. heti javító zárthelyin pótolhatja. (Két hiányzó zárthelyi esetén a pótlás nem megengedett.)
  - Ha a hallgató a három lehetőség alatt nem írt meg két különböző zárthelyit, akkor „letiltva” bejegyzést kap.
3. **Zárthelyi dolgozat javítása:**
  - Ha a hallgató mindkét zárthelyi dolgozatot megírta, akkor a 14. heti javító zárthelyin lehetőséget kap a gyengébben sikerült zárthelyi megismétlésére. Ez esetben az összpontszámot mindenképpen a javító zárthelyi (és nem az eredeti zárthelyi) eredménye alapján számítjuk ki.
  - Ha a hallgató összpontszáma a javító zárthelyi után sem éri el az 50%-ot, de az aláírás egyéb feltételeit teljesítette, akkor „megtagadva” bejegyzést kap. Ha a zárthelyik összpontszáma ugyan eléri a szükséges 40 pontot, de a villámkérdések összpontszámát hozzáadva már nem éri el a szükséges 50 pontot, a hallgató szintén „megtagadva” bejegyzést kap.
  - Ha a hallgató felmérője a 9. hét után is sikertelen, vagy hiányzásainak száma meghaladja a TVSZ-ben rögzített 30%-ot, akkor „letiltva” bejegyzést kap. Ebben az esetben vizsgára nem bocsátható, és az aláíráspótló vizsgán sem vehet részt.

#### 4 Aláíráspótló vizsga:

- Ha a hallgató „megtagadva” bejegyzést kapott, akkor a vizsgaidőszak első tíz napjának egyik, előre kijelölt napján lehetősége van az aláírás megszerzésére úgynevezett aláíráspótló vizsga keretében. Ha az aláíráspótló vizsga sikeres, a hallgató „aláírva” bejegyzést kap, azaz vizsgára bocsátható. Ha az aláíráspótló vizsga sikertelen, a hallgató „letiltva” bejegyzést kap.

Ha a hallgató a félév folyamán bármikor „letiltva” bejegyzést kapott, akkor a tárgyat teljes egészében meg kell ismételnie.

#### **A kollokviumi érdemjegy kialakításának módszere**

A vizsga módja: írásbeli és szóbeli.

A vizsgadolgozat **írásbeli részét** a hallgatók a moodle-on keresztül, elektronikus úton írják. Ennek első része egy implikáció tagadása. Második része a vizsgadolgozat, amely elméleti és gyakorlati részből áll: az elméleti kérdésekre való válaszokért maximálisan 12 pont, a feladatmegoldásokért pedig legfeljebb 18 pont adható. Az írásbeli eredményességéhez a tagadásnak helyesnek kell lennie, továbbá a vizsgadolgozat mindkét részéből külön-külön a megszerzhető pontszám 40%-át, együttesen pedig 50%-át kell elérni. A vizsgadolgozat összpontszáma a feladatokra és az elméleti kérdésekre kapott pontok összege. Az elektronikus jelleg miatt a kialakult pontszámot a hallgató azonnal megtudja.

Sikeres írásbeli esetén kerül sor a vizsga **szóbeli részére**. A vizsgáztató a szóbeli részre maximum 40 pontot adhat.

Ha az aláírást már a szorgalmi időszakban megszerezte, akkor a zárthelyi dolgozatokra és villámkérdésekre kapott pontszám 30%-át adjuk az írásbeli és a szóbeli vizsgán összesen megszerzett pontokhoz. Ha pedig a hallgató az aláírást a vizsgaidőszakban szerezte meg, akkor a vizsgán szerzett pontszámához 15 pont adható.

Az így kialakult pontszámból a következő táblázat alapján határozható meg a vizsga érdemjegye:

| Pontszám | A kollokviumra adott érdemjegy |
|----------|--------------------------------|
| 86–100   | jeles (5)                      |
| 74–85    | jó (4)                         |
| 62–73    | közepes (3)                    |
| 50–61    | elégséges (2)                  |
| 0–49     | elégtelen (1)                  |

#### **Irodalom:**

##### **Kötelező:**

György Anna – Szőke Magdolna – Záborszky Ágnes:

*Diszkrét matematika és lineáris algebra informatikus hallgatók számára*, ÓE-NIK 5025, Budapest, 2019 (elektronikus jegyzet)

György Anna – Kárász Péter – Sergyán Szabolcs – Vajda István – Záborszky Ágnes:

*Diszkrét matematika példatár*, BMF-NIK, Budapest, 2003

##### **Ajánlott:**

Dr. Baróti György – Kis Miklós – Schmidt Edit – Sréterné dr. Lukács Zsuzsanna:

*Matematikai feladatgyűjtemény*. BMF KKVFK, Budapest, 2000

Szendrei Ágnes: *Diszkrét matematika*. Polygon, Szeged, 1998.

##### **Egyéb segédletek:**

Az aktuális gyakorlati anyagokat és egyéb oktatási segédleteket a moodle-ban az előadás kurzus-oldalán szerepeltetjük.