

Alkalmazott Matematika Intézet			Mintatanterv szerinti 1. félév 2026-27-1			
Tantárgy neve:	Kódja:	Kredit:	Óraszám			
				ea	tg	lab
Valószínűesszámítás és matematikai statisztika	NMXVS1HMLF	4	levelező, féléves	10	5	0
Tárgyfelelős: Dr. Kárász Péter			Beosztás: egyetemi docens			
Oktató(k): Dr. habil. Csiszár Gábor						
Előtanulmányi feltételek:						
Számonkérés módja:	vizsga					
A tananyag						
Oktatási cél:	A valószínűségelmélet és matematikai statisztika tanulmányozásának célja, hogy szisztematikusan betekintést adjon az adatok világában található bizonytalansági és változékonysági jelenségekhez. A valószínűségelmélet matematikai alapot teremt a véletlen jelenségek modellezéséhez és elemzéséhez. A statisztika az adatok gyűjtésére, összefoglalására és értelmezésére összpontosít, abból a célból, hogy értékes betekintést adhasson és megbízható következtetéseket vonhassunk le. Ezek a tudományterületek együttesen olyan eszközöket biztosítanak, amelyek a tudomány, a pénzügyek, az egészségügy illetve a mindennapi élet alapvető kérdéseiben segíthetnek a felelős döntéshozatalban.					
Tematika:	A kurzus áttekinti a valószínűesszámítás és statisztika alapjait, majd a többváltozós eloszlásokra, korrelációra, regresszióra és statisztikai becslésre helyezi a hangsúlyt. Foglalkozik hipotézisvizsgálattal, modelldiagnosztikával, előrejelzéssel és predikciós bizonytalansággal is. A kurzus végén bevezetést ad az idősorlemzésbe és az AR, MA, ARMA, illetve ARIMA modellekbe. Az elméleti anyagot Python-alapú példák, szimulációk és adatelemzések egészítik ki.					
Féléves ütemezés						
Alkalmak	Témakör					
1	Valószínűesszámítási alapok és valószínűségi változók A valószínűségi terek, események, feltételes valószínűség, függetlenség, teljes valószínűség tétele és Bayes-tétele rövid áttekintése. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók, eloszlásfüggvények, várható érték, variancia és fontosabb nevezetes eloszlások. Bevezetés a valószínűségi változópárok és valószínűségi vektorok témakörébe.					
2	Együttes, peremeloszlás és feltételes eloszlások Együttes valószínűség- és sűrűségfüggvények, többváltozós eloszlásfüggvények és értelmezési tartományuk. Peremeloszlás és feltételes eloszlások, valamint valószínűségi változók függetlensége. Feltételes valószínűség diszkrét és folytonos esetben, két- és többváltozós példákon keresztül.					
3	Feltételes várható érték és feltételes variancia A feltételes várható érték és feltételes variancia fogalma és értelmezése. Az iterált várható érték és a teljes variancia tétele, valamint a feltételes momentumok. Kapcsolat a feltételes várható érték, az előrejelzés és a regresszió között.					

4	Többváltozós valószínűségi eloszlások Valószínűségi vektorok, várhatóérték-vektorok, kovariancia- és korrelációs mátrixok. Valószínűségi változók lineáris kombinációi és többváltozós transzformációk. Két- és többdimenziós normális eloszlások, valamint ezek perem- és feltételes eloszlásai. Függetlenség és korreláció a normális eloszlás esetén.
5	Statisztikai következtetés és mintavétel Véletlen minták, statisztikák, mintavételi eloszlások és empirikus jellemzők. Mintaközép, tapasztalati szórásnégyzet, kovariancia és korreláció. A χ -négyzet- és Student-féle t -eloszlás alapjai. Az egyváltozós minták kiterjesztése többváltozós megfigyelésekből álló mintákra.
6	Becslélmélet Pontbecslés és a becslők alapvető tulajdonságai: torzítatlanság, konzisztencia, hatásosság és átlagos négyzetes hiba. Maximum likelihood- és legkisebb négyzetes becslés, valamint konfidenciaintervallumok. Várható értékek, varianciák, kovarianciák, korrelációk és többváltozós kapcsolatok paramétereinek becslése.
7	Statisztikai következtetés a változók közötti kapcsolatokra A hipotézisvizsgálat, szignifikanciaszint, p -érték, első- és másodfajú hiba, valamint konfidenciaintervallumok rövid áttekintése. Korrelációs és regressziós paraméterek vizsgálata, valamint a változók közötti kapcsolatok statisztikai elemzése. A statisztikai és gyakorlati szignifikancia értelmezése többváltozós esetekben.
8	Korreláció és egyszerű lineáris regresszió A kovariancia és korreláció mint a változók közötti kapcsolat mérőszámai. Egyszerű lineáris regresszió, annak feltételes várhatóérték-értelmezése és a paraméterek legkisebb négyzetes becslése. Reziduális, konfidencia- és predikciós intervallumok, regressziós együtthatók tesztelése, valamint alapvető modellfeltételek és diagnosztikai módszerek.
9	Többszörös lineáris regresszió Többszörös lineáris regresszió több magyarázó változóval, mátrixos reprezentáció és legkisebb négyzetes becslés. A parciális regressziós együtthatók és a korrigált R^2 értelmezése, konfidenciaintervallumok és együttes tesztek. Kategoriváltozók, interakciós tagok és polinomiális hatások kezelése.
10	Többváltozós regresszió és regressziós diagnosztika Regressziós modellek több leíró, illetve bevezető szinten több célváltozóval. Kovarianciastruktúrák, multikollinearitás, heteroscedaszticitás, reziduális elemzés, befolyásos megfigyelések és modell-összehasonlítás. Kapcsolat a többszörös regresszió és a többdimenziós normális eloszlás között.
11	Feltételes modellek és előrejelzés Előrejelzés feltételes eloszlások, feltételes várható érték és variancia alapján. Legjobb lineáris előrejelzés és feltételes eloszlások többdimenziós normális modellekben. A várható érték becslésének és a jövőbeli megfigyelések előrejelzésének megkülönböztetése, predikciós intervallumok és az előrejelzési bizonytalanság számszerűsítése.
12	Bevezetés az idősorelemzésbe Időindexelt valószínűségi változók és sztochasztikus folyamatok. Trend, szezonáltság, stacionaritás, autokovariancia, autokorreláció és parciális autokorreláció. Fehér zaj, véletlen bolyongás, valamint AR-, MA-, ARMA- és ARIMA-modellek. Előrejelzés feltételes várható érték alapján, előrejelzési variancia és predikciós intervallumok, továbbá időfüggő magyarázó változókat tartalmazó regressziós modellek.

13	<u>ZH</u>
14	<u>PótZH</u>
Félévközi követelmények	
Évközi jegy / aláírás megszerzésének feltételei:	Az órákon való részvétel legalább 70%-ban, illetve a ZH- n minimum elégséges (2) érdemjegy megjegyzése.
Zárthelyi dolgozatok	
Oktatási hét	Témakör
13	ZH
14	PótZH
Az évközi jegy kialakításának módszere (csak évközi jegyes tárgyak esetében töltendő ki)	
-	
Pótlás módja	
A ZH / évközi jegy / aláírás pótlásának módja:	Az aláíráspótló héten, a vizsgaidőszak első 10 munkanapjának valamelyikén, aláíráspótlási díj ellenében, az aláírás megszerzéséhez ZH pótolható.
Vizsga módja (csak vizsgás tantárgy esetében töltendő ki)	
szóbeli	
Vizsgajegy kialakítása (csak vizsgás tantárgy esetében töltendő ki)	
A vizsgán elért eredmények alapján.	
Az egyes érdemjegyek ponthatárai:	
0-50: elégtelen; 51-60: elégséges; 61-74: közepes; 75-90: jó; 91-100: jeles	
Irodalom	
Kötelező:	Órai előadásokhoz kapcsolódó prezentációk anyagai, jegyzetek
Ajánlott:	- Mogyoródi J., Somogyi Á., Valószínűségszámítás I-II., Tankönyvkiadó, 1990 (HUN) - Mogyoródi J., Michaletzky Gy. (Szerk.), Matematikai statisztika, Egyetemi jegyzet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 1995 (HUN) - Gunnar Blom, Probability and Statistics, Theory and Applications, Springer Nature 1989 (ENG)
Egyéb segédletek:	https://elearning.uni-obuda.hu/